

文章编号: 1000-4750(2019)05-0037-07

考虑罗德角参数的钢材薄板延性断裂标定方法

王俊杰^{1,2}, 王 伟^{1,2}

(1. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学建筑工程系, 上海 200092)

摘 要: 在钢结构中钢梁腹板的断裂表现出很强的剪切断裂特征, 因此在预测其断裂行为时除了考虑应力三轴度以外, 还应考虑与剪切状态有关的罗德角参数的影响。该文提出了一种适用于钢材薄板延性断裂预测的标定方法。共设计了 5 组试件, 分别为平板试件、开孔平板、开槽平板、90°剪切平板和 45°剪切平板。利用平板试件和停机平板试件单向拉伸试验, 结合有限元反演得到钢材的全过程真实应力-应变曲线。然后将其代入各试件有限元模型进行计算, 标定出各试件对应的等效断裂应变、平均应力三轴度和平均罗德角参数。最后利用 Matlab 优化工具箱对断裂模型进行优化拟合, 确定模型中的各项待定参数。

关键词: 钢结构; 延性断裂; 罗德角; 应力三轴度; 材性实验

中图分类号: TU318; TU511.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2018.03.0150

DUCTILE FRACTURE LOCUS VALIDATION METHOD OF THIN STEEL PLATES CONSIDERING THE LODE ANGLE PARAMETER

WANG Jun-jie^{1,2}, WANG Wei^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Structural Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: It was observed that shear fracture dominates in the fracture of steel beam webs. For this reason, the lode angle parameter should be taken into account along with the stress triaxiality. A new ductile fracture calibration method applicable to thin steel plates is proposed in this paper. Five groups of specimens were designed in this paper. They are flat plates, holed flat plates, flat grooved plates, 90° shear plates and 45° shear plates. The true stress-strain (σ - ε) curves were obtained through flat plate, halted flat plate specimens and relevant finite element (FE) method iterations. The FE models of other specimens were computed with this σ - ε relationship and compared with related experimental results to obtain the corresponding equivalent fracture strain, average stress triaxiality and average lode angle parameter. With the help of the Matlab Optimization Toolbox, the optimal parameters of the fracture model can be determined.

Key words: steel structures; ductile fracture; lode angle; stress triaxiality; coupon test

经典的金属塑性理论认为剪切是导致材料屈服的主要原因, 例如最常用的 von Mises 屈服准则 (J_2 屈服准则) 就是由剪切应变能推导得到, 即认为金属屈服与应力三轴度 η 和罗德角 θ 无关^[1]。但当研究金属材料的延性断裂时, 应力三轴度 η 对金属断

裂性能的影响首先被发现。McClintock^[2], Rice 和 Tracey^[3] 通过分析空穴在静水压力下的增长, 分别独立提出随着应力三轴度 η 的增大, 钢材的断裂应变 ε_f 会减小, 并指出了断裂应变与应力三轴度之间有单调的指数关系 $\varepsilon_f = D_1 e^{-D_2 \times \eta}$ 。之后, Johnson 和

收稿日期: 2018-03-16; 修改日期: 2018-08-07

基金项目: 科技部国家重点实验室基金项目(SLDRCE19-A); 国家自然科学基金项目(51378380)

通讯作者: 王 伟(1977—), 男, 江西人, 教授, 工学博士, 主要从事建筑钢结构研究(E-mail: weiwang@tongji.edu.cn).

作者简介: 王俊杰(1992—), 男, 山东人, 博士生, 主要从事建筑结构抗倒塌研究(E-mail: 1991wang@tongji.edu.cn).

Cook^[4]通过一系列光滑圆棒和缺口圆棒试验,建立了可以同时考虑应力三轴度、温度和应变率影响的断裂模型,具体的表达式与 Rice 和 Tracey 模型相似,都假定断裂应变与应力三轴度为单调的指数关系。但是,由于此模型是基于高应力三轴度状态下的空穴生长理论推导得出,直接将其推广到低应力三轴度状态缺乏相应的理论依据。通过一系列钢材剪切平板和受压圆柱的断裂试验,Bao^[5]发现钢材的断裂应变和应力三轴度之间并非单调的指数关系,而是有三个明显的分段。在高应力三轴度区,断裂应变和应力三轴度之间表现出如 Rice 和 Tracey 模型表征的单调指数关系;在低应力三轴度区($\eta < -1/3$),钢材不再发生断裂;而在二者之间的区域,断裂应变和应力三轴度之间的关系由剪切断裂模式控制。以上这些研究均只考虑了应力三轴度的影响。Wilkins 等^[6]由铝试件的扭转和拉伸试验结果,提出了一种可以考虑偏应力对断裂应变影响的损伤模型,而偏应力与罗德角参数有关。在 Wilkins 模型中,应力三轴度和罗德角参数相互独立。Xue^[7]在 Wilkins 模型基础上提出了一个应力三轴度和罗德角参数耦合作用于断裂应变的模型,并且此断裂模型的断裂面相对于罗德角参数对称,亦即假定钢材在受拉和受压状态下的断裂行为相同,但目前缺乏试验验证。Bai^[8]基于 Wierzbicki 等^[9]蝴蝶形铝合金试件的试验结果,在 Rice 和 Tracey 模型的基础上提出了一个相对于罗德角参数不对称的断裂模型。Bai 模型中有 6 个待定参数,因此需要设计至少 6 种能够反映不同应力状态的材性试件进行标定,这对于工程应用来说过于复杂。通过模拟 A710 钢的材性试验,Bai 和 Wierzbicki^[10]发现其模型当引入断裂面相对于罗德角参数对称假定后的预测结果与原模型相近,两者的误差分别为 3.0%和 4.5%,但后者待定参数仅为 4 个,从而简化了工程应用。但是,Bai^[8]标定断裂模型参数时采用圆棒单调拉伸试验进行。在实际钢结构工程中,经常会遇到比较薄的钢梁腹板,其断裂行为明显受到与剪切断裂相关的罗德角参数的影响。但是,由于加工圆棒过程中的磨损,这种薄板很难加工成适于标定上述断裂模型的光滑圆棒,更难做成开槽口圆棒,即便做成其有效截面也极小,难以进行精确测量。目前尚未有标定薄板断裂的相应方法。因此,本文基于引入断裂面相对于罗德角参数对称假定后的简化 Bai 模型,利用平板和开孔平板替代光滑圆棒和开槽口圆

棒,并结合相应的有限元反演,提出一种适用于钢材薄板延性断裂预测的标定方法。

1 断裂模型

如图 1 所示,由三个主应力($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$)组成的空间直角坐标系,可以转换为由($\sigma_{eq}, \sigma_m, \theta$)表示的圆柱坐标系,其中,等效应力 σ_{eq} 表示圆柱坐标系的半径,平均应力 σ_m 表示圆柱坐标系的高, θ 表示方位角,也叫作罗德角(lode angle),为当前应力状态在 π 平面上与主应力的夹角,变化范围为 $0 \leq \theta \leq \pi/3$ 。钢材的屈服行为会同时受到等效应力 σ_{eq} 和平均应力 σ_m 的影响^[11],但为了便于工程应用和有限元计算,此处采用表达式最简单也比较符合试验数据的 von Mises 屈服准则来描述钢材的屈服行为,亦即忽略了平均应力 σ_m 对屈服面形状的影响^[12]。对于钢材这种各向同性材料来说,其应力状态可以由三个应力不变量表示。 σ_{eq} 与第二应力不变量有关,由式(1)、式(2)和式(4)可知,应力三轴度 η 为利用第二应力不变量无量纲化后的第一应力不变量, ξ 为归一化的第三应力张量不变量,通过式(5)可知,罗德角参数与 ξ 有一一对应关系,因此,钢材的应力状态可以由一组($\sigma_{eq}, \eta, \bar{\theta}$)确定^[13]。应力三轴度 η 表征相应位置处的应力集中程度。罗德角参数 $\bar{\theta}$ 表征当前应力状态与轴向应力状态的偏移,其变化范围为 $-1 \leq \bar{\theta} \leq 1$,当 $\bar{\theta} = 1$ 时为轴对称拉伸状态, $\bar{\theta} = -1$ 时为轴对称压缩, $\bar{\theta} = 0$ 时为纯剪状态或平面应变状态。此外,图 1 中的 s_1 、 s_2 和 s_3 代表 3 个主偏应力。

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1)$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} = \sqrt{3J_2} \quad (2)$$

$$\xi = \frac{27}{2} \cdot \frac{J_3}{\sigma_{eq}^3} = \frac{27}{2} \cdot \frac{J_3}{(3J_2)^{3/2}} = \cos(3\theta) \quad (3)$$

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \quad (4)$$

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos \xi \quad (5)$$

Bai 和 Wierzbicki^[10]提出的相对于罗德角参数不对称的断裂模型表达式如式(6),断裂面如图 2 所示。此断裂模型共有 6 个待定参数: $D_1, D_2, D_3,$

D_4, D_5, D_6 。式(6)里的 $\varepsilon_f^+ = D_1 e^{-D_2 \times \eta}$, $\varepsilon_f^- = D_5 e^{-D_6 \times \eta}$, $\varepsilon_f^0 = D_3 e^{-D_4 \times \eta}$ 分别为罗德角参数 $\bar{\theta}$ 为 1, -1 和 0 的平面与断裂面的交线。

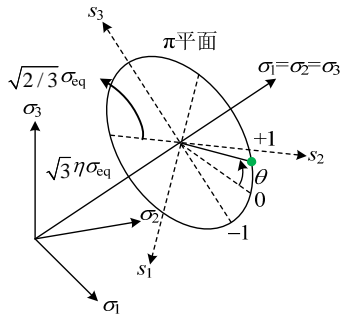


图1 主应力空间

Fig.1 Principal stress space

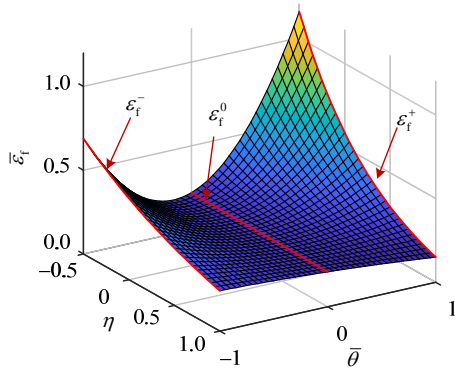


图2 Bai^[10]断裂模型的3D 断裂面

Fig.2 3D fracture locus of Bai fracture model^[10]

$$\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta}) = \left[\frac{1}{2}(\varepsilon_f^+ + \varepsilon_f^- - \varepsilon_f^0) \right] \bar{\theta}^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_f^+ + \varepsilon_f^-) \bar{\theta} + \varepsilon_f^0 = \left[\frac{1}{2}(D_1 e^{-D_2 \times \eta} + D_5 e^{-D_6 \times \eta}) - D_3 e^{-D_4 \times \eta} \right] \bar{\theta}^2 + \frac{1}{2}(D_1 e^{-D_2 \times \eta} - D_5 e^{-D_6 \times \eta}) + D_3 e^{-D_4 \times \eta} \quad (6)$$

$$\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta}) = (\varepsilon_f^{ax} - \varepsilon_f^0) \bar{\theta}^2 + \varepsilon_f^0 = (D_1 e^{-D_2 \times \eta} - D_3 e^{-D_4 \times \eta}) + D_3 e^{-D_4 \times \eta} \quad (7)$$

当引入断裂面相对于罗德角参数对称假定后, 对于钢材来说, $\varepsilon_f^+ = \varepsilon_f^- = \varepsilon_f^{ax}$, 则式(6)可简化为式(7)。同时, 模型的待定参数减少为4个, 即 D_1, D_2, D_3, D_4 。因此, 若要标定上述模型, 只需要提供4组不同应力状态下的 $(\varepsilon_f, \eta, \bar{\theta})$ 即可, 其中 ε_f 为等效塑性断裂应变。此断裂模型主要适用于低碳钢。

2 试验设计

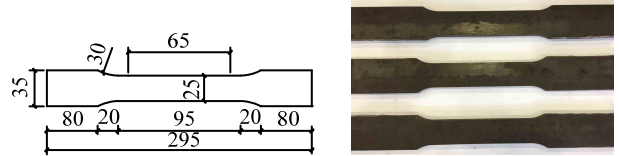
此试验研究是一个钢-混凝土组合楼盖试验的组成部分, 目的是为之后的有限元模拟提供必要的

材料参数。此组合楼盖中钢梁采用 HW150×150 型钢, 在梁柱节点处, 钢梁腹板会发生剪切断裂。本文中的试件均取自 HW150×150 型钢腹板, 钢板厚度约为 6.5 mm, 钢材为 Q345 钢。如表 1 和图 3 所示, 共设计了 5 组试件, 各组试件所对应的应力三轴度 η 和罗德角参数 $\bar{\theta}$ 状态列于表 1 中。同时, 图 3 给出了各试件的加工详图, 每个试件的厚度都是原始厚度, 约为 6.5 mm。

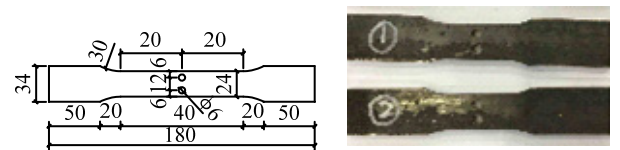
表 1 材性试件

Table 1 Coupon test specimens

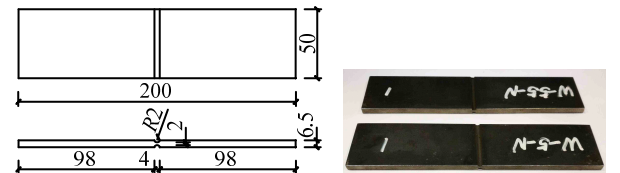
材性试件	数量	η	$\bar{\theta}$
平板试件	4	≈ 0.33	≈ 1
开孔平板	2	>0.33	≈ 1
开槽平板	2	$>1/\sqrt{3}$	≈ 0
90°剪切试件	2	≈ 0	≈ 0
45°剪切试件	2	>0	$-1 < \bar{\theta} < 1$



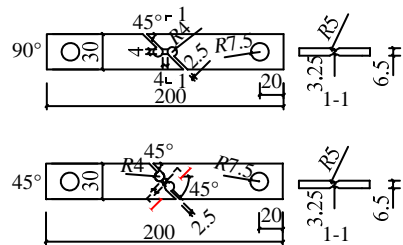
(a) 平板试件



(b) 开孔平板



(c) 开槽平板



(d) 90°剪切平板和 45°剪切平板

图 3 材性试件

Fig.3 Details of coupon test specimens

试验采用 50 mm 引伸计测量试件标距段的变形, 测量过程中的加载速率为 0.002 s^{-1} 。

3 标定方法与步骤

1) 进行 3 根平板试件单向拉伸试验, 得到荷载-位移曲线, 计算确定断裂点处的平均位移。

2) 进行 1 根平板停机试件单向拉伸试验, 在达到平均断裂位移的 90% 时停机。

3) 利用断裂点和停机点的荷载和截面面积, 计算得到各自对应的 (σ, ε) , 并考虑颈缩起始点的 (σ, ε) , 用二次多项式拟合此三点得到颈缩后的真实应力-应变曲线。将此代入到有限元模型中进行计算后与试验结果对比, 若有偏差, 则微调断裂点对应的断裂应力后再次计算, 直至与试验结果吻合, 则可认为此时得到了真实的 σ - ε 关系。然后, 计算得到此种情况下的等效应力三轴度 $\tilde{\eta}$ 和等效罗德角参数 $\tilde{\theta}$ 。

4) 将此 σ - ε 关系分别代入到开孔平板、开槽平板和剪切平板的有限元模型中, 将各个试件的起裂点对应的有限元中的等效塑性应变定为对应工况下的等效断裂应变 ε_f 。然后, 计算得到各自情况下的等效应力三轴度 $\tilde{\eta}$ 和等效罗德角参数 $\tilde{\theta}$ 。

5) 用 Matlab 中的优化工具箱将得到的至少 4 组 $(\varepsilon_f, \tilde{\eta}, \tilde{\theta})$ 对式(7)进行优化, 获得最优参数值从而确定相应的断裂面方程。

4 断裂参数标定

4.1 确定全过程真实应力-真实应变曲线

应变的计算可以以材性试件标距段初始长度 L_0 为基准计算, 通过式(8), 得到名义应变 ε_{nom} 。本试验的标距段选取的为引伸计的初始测量长度, 即 50 mm。同样, 应力的计算可以以材性试棒初始截面面积 A_0 为基准, 通过式(9), 得到名义应力 σ_{nom} 。

$$\varepsilon_{\text{nom}} = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (8)$$

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{F}{A_0} \quad (9)$$

然后, 利用式(10)和式(11)可以将名义应力 σ_{nom} 和名义应变 ε_{nom} 转化为材料的真实应力 σ 和真实应变 ε 。

$$\sigma = \sigma_{\text{nom}}(1 + \varepsilon_{\text{nom}}) \quad (10)$$

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_{\text{nom}}) \quad (11)$$

然而, 当材料发生颈缩后, 由于变形局部化,

通过测量标距段得到的平均值不能真实反映颈缩区的真实应力和真实应变。通常, 将试棒力-位移曲线或者工程应力-工程应变曲线斜率为零的点看作颈缩的起始点。

颈缩出现后, 颈缩区的真实应力和真实应变可以通过式(12)和式(13)求得, 其中 F 和 A 为同一时刻测得的加载力和真实截面面积。由于试验进行时不方便实时测量试件颈缩区的截面面积, 可以通过设置停机试件来得到试件颈缩后的几个离散点 (σ, ε) , 而后用多项式拟合的方式得到颈缩后的真实应力-应变曲线。本试验设置了一个 90% 停机试件, 如图 4 所示, 即先做 3 个单轴拉伸平板试件, 测量三根试件的平均断裂变形, 而后将停机试件拉伸到之前 3 根试件的标距段平均断裂位移的 90% 时停机。因此, 在颈缩后的区域可以得到两组 (σ, ε) , 分别对应停机点和最后的断裂点。试件发生颈缩之后, 其截面面积不能通过游标卡尺测量求得, 本试验采用双尖头螺旋测微器在颈缩截面上测量多个点的截面厚度, 然后将截面面积等效为多个梯形的面积之和。

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (12)$$

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) \quad (13)$$

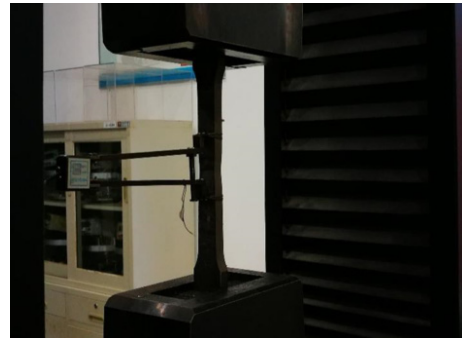


图 4 平板停机试件

Fig.4 Halted flat plate specimen

直接将此应力-应变关系代入到图 5 中的有限元模型计算, 得到的有限元结果与试验结果差别较大。这是由于断裂后的断口截面出现严重颈缩, 此时的截面面积比截面核心点刚开始起裂时的面积要小, 则直接用断裂后的截面面积 A 代入式(12)和式(13)会得到偏大的真实应力和真实应变。为了控制此误差且操作方便, 此处仅对由式(12)得到的断裂时的真实应力进行折减, 经过多次试探, 发现折减系数选为 0.9 时得到的模拟结果和试验较为吻

合。将颈缩起始点考虑进来，如图 6 中的 3 个三角标志所示，可以得到 3 组 (σ, ϵ) ，分别对应颈缩起始点、停机点和断裂点，将断裂点处的真实应力折减以后，用二次多项式拟合颈缩后的真实应力-应变曲线，然后把此 $\sigma-\epsilon$ 关系代入到有限元模型中。若是有限元计算结果仍与试验结果有差别，可以将断裂点的真实应力的折减系数在 0.9 附近微调，直至有限元结果和试验结果吻合(如图 7 所示)，此时可认为该 $\sigma-\epsilon$ 曲线是正确的真实应力-应变曲线(如图 8 所示)。值得注意的是，断裂点处的折减系数对于不同标号的钢材可能会有变化，需要跟据迭代结果来确定每种钢材合理的折减系数。

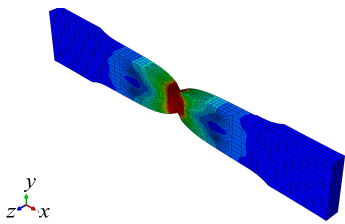


图 5 平板试件有限元模型

Fig.5 Finite element model of flat plate specimen

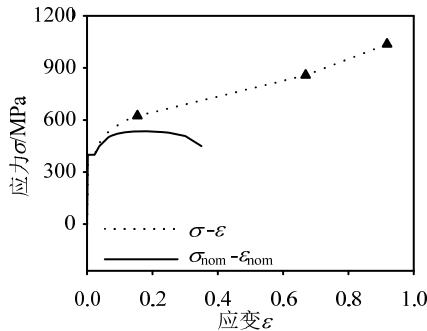


图 6 应力-应变关系

Fig.6 Stress-strain relationship

4.2 材性试件断裂参数校核

各试件有限元模型的几何尺寸根据其实际测量尺寸建立，单元选用 C3D8R 一阶减缩积分单元，核心区单元尺寸为 0.2 mm，通过 Abaqus/Standard 求解器计算。各试件的有限元模型如图 6 和图 9 所

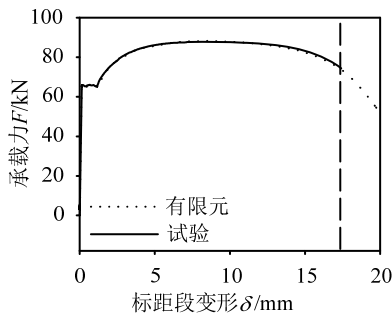


图 7 多次迭代直至有限元结果与试验结果一致

Fig.7 Iterated finite element model until it meets test result

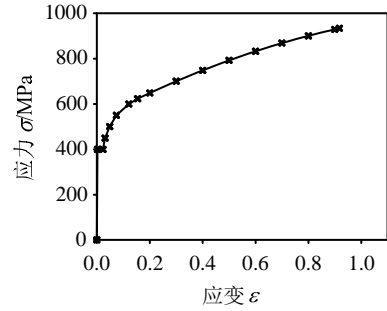


图 8 多次迭代后得到的真实应力-应变关系

Fig.8 True stress-true strain relationship

示。将之前得到的真实应力-应变关系代入到各试件的有限元模型中，并与试验结果对比，对比结果如图 7 和图 10 所示。将与试验起裂点对应的有限元模型核心点的等效塑性应变定为此种试件的等效断裂应变 ϵ_f 。如图 7 和图 10 所示，各试件虚线对应的位移处承载力突然开始降低，那么此处就可看作各试件的起裂点。图 10 中，各试件的有限元模拟结果与试验结果的差异主要由以下两个原因导致：1) 有限元模型根据设计尺寸建立，而各试件的实际尺寸与设计尺寸存在大小不一的误差。其中，90°剪切平板试件中心点的实际厚度应为 3.1 mm，而不是最初设计的 3.25 mm。图 10(c)为依照实际尺寸建模后的有限元模拟结果，其他试件没有考虑加工误差。2) 图 10 所示的有限元模型都没有加入断裂参数，这会导致模拟结果与试验在下降段误差较大。各试件的等效断裂应变 ϵ_f 列于表 2 中。

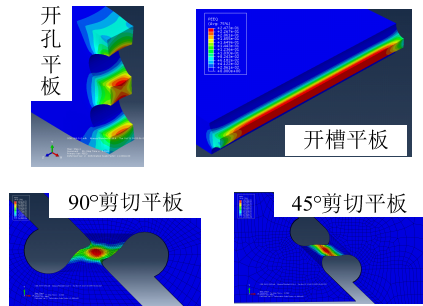
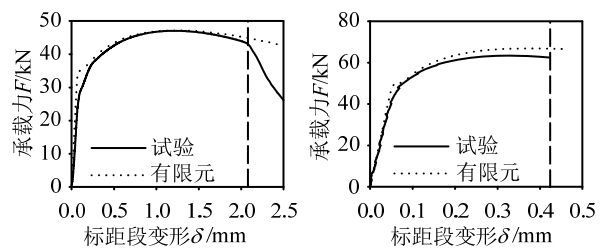


图 9 试件有限元模型

Fig.9 Finite element models of specimens



(a) 开孔平板试件

(b) 开槽平板试件

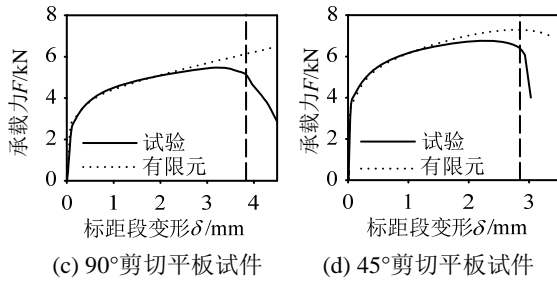


图10 试件力-位移曲线

Fig.10 Force-displacement curves of specimens

提取各试件有限元模型核心点处起裂前的静水压力、Mises 应力、第三应力不变量 J_3 和等效塑性应变，并计算出相应的应力三轴度 η 和罗德角参数 $\bar{\theta}$ ，如图 11 所示。从图 11 可以看出，随着等效塑性应变的增加，各试件的应力三轴度和罗德角参数会不断变化，为了能够反映加载全过程的状态变化，故将应力三轴度 η 和罗德角参数 $\bar{\theta}$ 在断裂应变上积分得到各试件的等效应力三轴度 $\tilde{\eta}$ 和等效罗德角参数 $\tilde{\theta}$ 。等效应力三轴度和等效罗德角参数的计算方法可参照式(14)和式(15)。各试件的等效应力三轴度 $\tilde{\eta}$ 和等效罗德角参数 $\tilde{\theta}$ 列于表 2 中。

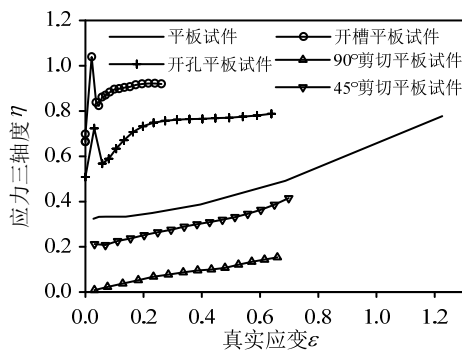
$$\tilde{\eta} = \frac{\int_0^{\varepsilon_f} \eta d\varepsilon}{\varepsilon_f} \quad (14)$$

$$\tilde{\theta} = \frac{\int_0^{\varepsilon_f} \bar{\theta} d\varepsilon}{\varepsilon_f} \quad (15)$$

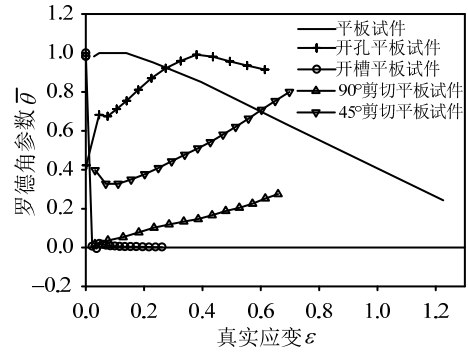
表 2 材性试验结果

Table 2 Results of coupon tests

材性试件	ε_f	$\tilde{\eta}$	$\tilde{\theta}$
平板试件	1.1581	0.4762	0.6994
开孔平板	0.6449	0.7377	0.8718
开槽平板	0.2746	0.9095	0.0158
90°剪切试件	0.6907	0.0856	0.1404
45°剪切试件	0.7139	0.2958	0.5093



(a) 应力三轴度 η



(b) 罗德角参数 $\bar{\theta}$

图 11 应力三轴度与罗德角参数

Fig.11 Stress triaxiality and lode angle parameter
断裂面。在优化过程中，当式(16)的平均误差(Error)最小时，即可认为此时的断裂面为最优断裂面。在式(16)中， N 表示表 2 中的 5 组数据， i 表示 5 组数据中的 1 组。

$$\text{Min}_{D_1, D_2, D_3, D_4} (\text{Error}) = \text{Min} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\varepsilon_f(\eta_i, \theta_i) - \varepsilon_{f,i}| \right] \quad (16)$$

借助 MATLAB 2016b 的优化工具箱，利用式(16)将表 2 中 5 组不同的 $(\varepsilon_f, \tilde{\eta}, \tilde{\theta})$ 代入式(7)进行优化。

优化得到 $(D_1, D_2, D_3, D_4) = (3.732, 1.962, 0.644, 0.944)$ 。此时，式(7)可以表示为式(17)：

$$\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta}) = [3.732e^{-1962\eta} - 0.644e^{-0.944\eta}] \bar{\theta}^2 + 0.644e^{-0.944\eta} \quad (17)$$

式(17)代表的断裂面如图 12 所示。由此断裂面就可得知试验中所采用钢材在不同应力三轴度和罗德角参数组合下的等效断裂应变 ε_f 。将此断裂模型代入到各试件的有限元模型中，计算得到的结果如图 13 所示，与试验结果吻合较好，从而证明了上述方法的可行性。不过，加工开槽平板的槽口需要板件满足一定的厚度要求，因此本文的标定方法可能不适用于过薄的板件。

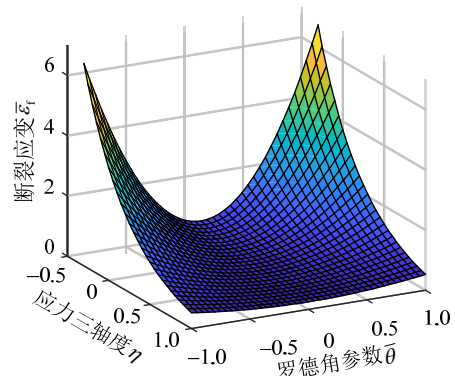


图 12 三维断裂面示意图

Fig.12 3D fracture locus

4.3 断裂模型的优化拟合

利用表 2 中的 5 组数据，可以优化得到最优的

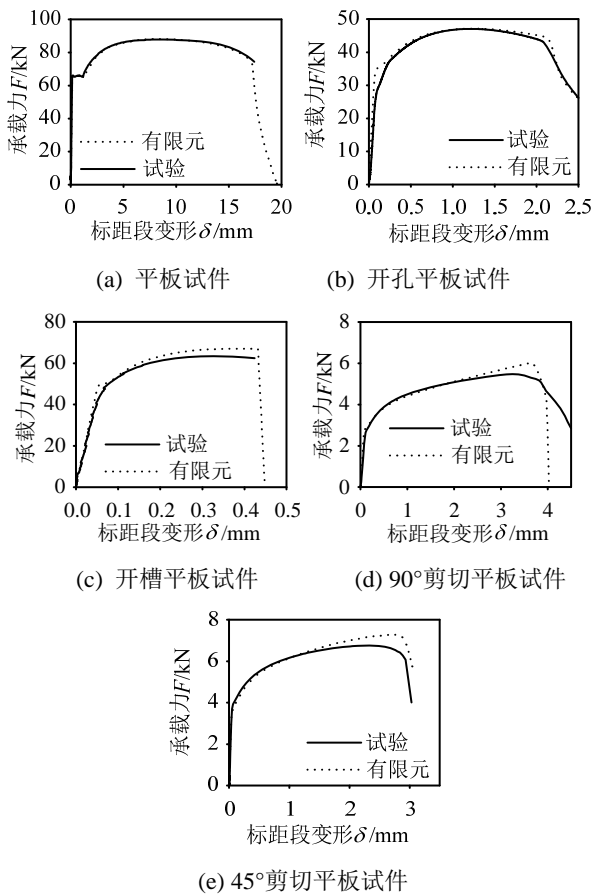


图 13 有限元与试验对比

Fig.13 Comparison of FE method and test results

5 结论

本文介绍了可以同时考虑应力三轴度和罗德角参数影响的钢材延性断裂模型，并提出了将其应用于钢材薄板延性断裂预测的标定方法，得到以下结论：

(1) 钢结构中腹板的断裂表现出明显的剪切断裂模式，因此进行相关的有限元模拟时必须要考虑与剪切断裂有关的罗德角参数的影响。

(2) 本文给出的标定方法可以用较简单的方式精确考虑钢材薄板的剪切断裂行为，通过平板试件、开孔平板试件、开槽平板试件和剪切平板试件来标定相应的模型参数。

(3) 本文给出的标定方法适用于低碳钢单调加载断裂时的模拟。

参考文献：

[1] 许金泉. 材料强度学[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2009.

- Xu Jinquan. Strength of materials [M]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press, 2009. (in Chinese)
- [2] McClintock F A. A criterion for ductile fracture by the growth of holes [J]. Journal of applied mechanics, 1968, 35(2): 363—371.
- [3] Rice J R, Tracey D M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1969, 17(3): 201—217.
- [4] Johnson G R, Cook W H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(1): 31—48.
- [5] Bao Y. Prediction of ductile crack formation in uncracked bodies [D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [6] Wilkins M L, Streit R D, Reaugh J E. Cumulative-strain-damage model of ductile fracture: simulation and prediction of engineering fracture tests [R]. Lawrence Livermore National Lab, California, USA, 1980: 1—65.
- [7] Xue L. Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(16): 5163—5181.
- [8] Bai Y. Effect of loading history on necking and fracture [D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 2007: 1—262.
- [9] Wierzbicki T, Bao Y, Bai Y. A new experimental technique for constructing a fracture envelope of metals under multi-axial loading [C]// Proceedings of the 2005 SEM Annual Conference and Exposition on Experimental and Applied Mechanics, Portland, USA: Society for Experimental Mechanics (SEM), 2005, 1: 1295—1303.
- [10] Bai Y, Wierzbicki T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence [J]. International Journal of Plasticity, 2008, 24(6): 1071—1096.
- [11] 王万祯. 结构钢开裂准则及断裂试验分析[J]. 工程力学, 2008, 25(5): 27—31.
Wang Wanzhen. Crack criterion and fracture tests of structural steel [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(5): 27—31. (in Chinese)
- [12] 王仲仁, 胡卫龙, 胡蓝. 屈服准则与塑性应力-应变关系理论及应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
Wang Zhongren, Hu Weilong, Hu Lan. Yield criteria and plastic stress-strain relations theory and application [M]. Beijing: Higher Education Press, 2014. (in Chinese)
- [13] Bai Y, Wierzbicki T. A comparative study of three groups of ductile fracture loci in the 3D space [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2015, 135: 147—167.